NOMBRE:

PRÁCTICA 2. MATRICES Y DIAGONALIZACIÓN.

1 INTRODUCCIÓN.

2 DEFINICIÓN DE UNA MATRIZ. SOLUCIÓN.

```
--> /*EJEMPLO 1*/
    matrix([3,1,0],[2,4,1],[1,7,2]);
```

```
--> /*EJEMPLO 2*/
    [[3,1,0],[2,4,1],[1,7,2]];
```

```
--> /*EJEMPLO 3*/
    apply(matrix,[[3,1,0],[2,4,1],[1,7,2]]);
```

```
--> /*EJEMPLO 4*/
    a[i,j]:=i-2*j $
    genmatrix(a,3,3);
```

```
--> /*EJEMPLO 5*/
    ident(5);
    zeromatrix(3,4);
    diagmatrix(4,-1);
    diag_matrix(1,2,-3);
```

```
--> /*EJEMPLO 6*/
    a[i,j]:=i-2*j $
    A:genmatrix(a,3,3);
    A[3];
    A[1,3];
```


3 OPERACIONES CON MATRICES. SOLUCIÓN.

```
--> /*EJEMPLO 7*/
    /*Definimos una matriz cualquiera 2x2 y calcularemos
    su traspuesta, su inversa y su determinante*/
    A:matrix([a,b],[c,d]);
    transpose(A);
    invert(A);
    determinant(A);
```

```
--> /*EJEMPLO 8*/
    /*Definimos una matriz B 3x3 y calcularemos
    su inversa C y comprobamos que efectivamente B y C son
    inversas*/
    B:genmatrix(lambda([i,j],1/(i+j-1)),3,3);
    C:invert(B);
    B.C;
    C.B;
```

```
--> /*EJEMPLO 8.1*/
    /*Definimos dos matrices cualesquiera 2x2 y calcularemos
    A.B y A*B para ver la diferencia*/
    A:matrix([a,b],[c,d]);
    B:matrix([e,f],[g,h]);
    A.B;
    A*B;
```

```
-->  /*EJEMPLO 8.2*/
     /*Para la matriz A anterior calculamos A^3 y A^^3 para ver
     la diferencia*/
     A^3;
     A^^3
```

EJERCICIO 1: Hallar el rango de la siguiente matriz A. Hacerlo directamente y consiguiendo su matriz triangular superior:

```
A=(1,8,-6,-2)
  (2,-2,3,2)
  (1,2,-1,0)
```

EJERCICIO 2: Idem para la matriz

```
B=(0,1,-4,3)
  (2,5,0,-2)
  (1,3,-2,0)
  (1,2,2,-2)
```

EJERCICIO 3: Hallar una base para el subespacio de R^4 generado por los vectores:
(-1,3,2,4),(1,-3,-2,-4),(1,0,-2,-1),(0,3,0,5).

EJERCICIO 4:Idem para el generado por los vectores:
(0,0,0,4),(0,0,-2,-4),(1,0,-2,1),(4,0,2,3),(1,0,0,5).

4 SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES.

4.1 MATRICES ASOCIADAS A UN SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES:

```
-->  /*EJEMPLO 9: Para el sistema lineal dado por las ecuaciones
     2x-3y=1; x+y=3, hallamos su matriz del sistema y la matriz
     ampliada*/
     /*Despues calculamos sus rangos y vemos que se trata de un
     SCD*/
     A:coefmatrix([2*x-3*y=1,x+y=3],[x,y]);
     AM:augcoefmatrix([2*x-3*y=1,x+y=3],[x,y]);
     rank(A);
     rank(AM);
```

4.2 RESOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE ECUACIONES LINEAL:

```
-->  /*EJEMPLO 9.1: Podemos resolver el sistema anterior*/
     linsolve([2*x-3*y=1,x+y=3],[x,y]);
```

```
-->  /*EJEMPLO 9.2: Podemos resolver sistemas indeterminados*/
     linsolve([2*x-3*y+z=1,x+y-z=3],[x,y]);
```

```
-->  /*EJEMPLO 9.3: Y si intentamos resolver un sistema incompatible
     el programa nos avisa*/
     linsolve([2*x-3*y=1,2*x-3*y=3],[x,y]);
```

EJERCICIO 5: Discutir y resolver los siguientes sistemas lineales:

```
a) x-y+z=2          b) x+2y-z+t+u=0        c) x+2y+z+3t=45
   3x+2y-2z=1          3x-y+t-u=6             x+y+z+4t=48
   -x+3y-z=2           6x+y+t+u=1             2x+y+4z+10t=101
                       x-2y+2z-2t=-5          -x-3y+7z+5t=-4
```

EJERCICIO 6: Responder a las siguientes preguntas:
1. Comprobar si el vector (1,-1,0,2) es combinación lineal de los vectores (0,-2,3,1) y (1,0,0,1), y en caso afirmativo, hallar los escalares que permiten dicha combinación lineal.

2. Hallar las coordenadas del vector (1,-1,0) en la base {(1,2,3),(1,3,0),(3,2,2)} de R3.

3. Dadas las bases de R3
B1={(1,0,1),(1,1,0),(0,1,1)} y B2={(1,2,3),(1,3,0),(3,2,3)}
hallar las matrices cambio de base de B1 a B2 y de B2 a B1.

5 VALORES Y VECTORES PROPIOS. DIAGONALIZACIÓN.


```
--> /*EJEMPLO 10: Para la siguiente matriz D, calculamos su polinomio
    característico*/
    D:matrix([3,4,5],[4,5,6],[5,6,7]);
    charpoly(D,x);
```

```
--> /*EJEMPLO 10 (cont): Para la anterior matriz D, calculamos sus
    valores propios y observamos que tiene 3 valores propios reales
    y diferentes (cada uno con multiplicidad 1)*/
    eigenvalues(D);
```

```
--> /*EJEMPLO 10 (cont): Para la anterior matriz D, calculamos sus
    vectores propios asociados a sus respectivos valores propios*/
    eigenvectors(D);
```

EJERCICIO 7: Definir la siguiente matriz E. Calcular sus valores y vectores propios, y deducir porqué la matriz no es diagonalizable:

```
E=(1,0,0,0,0,0)
  (1,1,0,0,0,0)
  (0,1,1,0,0,0)
  (0,0,0,2,0,0)
  (0,0,0,1,2,0)
  (0,0,0,0,0,-1)
```

(Solución: Observar que aunque todos los valores propios son reales (-1 tiene mult 1; el 1 tiene mult. 3 y el 2 tiene mult. 2), cada uno de ellos solo tiene un único vector propio asociado).

EJERCICIO 8: Para cada una de las siguientes matrices calcular sus polinomios característicos, sus valores y vectores propios y deducir si son o no diagonalizables.
Para las que sean diagonalizables deducir cual es su matriz diagonal asociada D y cual es la matriz de paso P.
En este último caso, comprobar que se verifica que invert(P).A.P=D:

```
A=( 0,1,-1)     B=(2,0,-1)      C=(1, 0,-1)
  (-1,3, 1)       (0,3, 0)        (1,-1, 0)
  ( 1,2, 0)       (5,0,-4)        (1,-1,-1)
```