

1.7. Demostrar la fórmula del binomio de Newton:

$$(a + b)^n = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} a^j b^{n-j}$$

siendo  $n$  un número natural mayor o igual que 1.

1.8. Sea  $P_2[x]$  el conjunto de los polinomios de grado menor o igual a dos y con coeficientes reales. Sobre dicho conjunto se consideran las leyes de composición interna suma  $[(a_0x^2 + a_1x + a_2) + (b_0x^2 + b_1x + b_2) = (a_0 + b_0)x^2 + (a_1 + b_1)x + (a_2 + b_2)]$  y producto  $[(a_0x^2 + a_1x + a_2) * (b_0x^2 + b_1x + b_2) = (a_0b_0)x^2 + (a_1b_1)x + (a_2b_2)]$ . Demostrar que la terna  $(P_2[x], +, *)$  es un anillo e indicar de qué tipo es.

1.9. Justifica si las siguientes funciones pueden ser la primitiva de alguna función. En caso afirmativo indica de qué función.

- a)  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  
 b)  $f(x) = |x|$ ,  
 c)  $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 & \text{si } x > 0, \end{cases}$

1.10. Calcula las primitivas inmediatas siguientes:

a)  $\int x \operatorname{sen}(x^2) dx$    b)  $\int \frac{x}{(x^2-1)^2} dx$    c)  $\int \frac{\log(x)}{x} dx$   
 d)  $\int \frac{e^x}{e^x+1} dx$    e)  $\int \frac{\arcsen(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx$    f)  $\int \frac{x^3}{(1-x^4)^4} dx$   
 g)  $\int \frac{e^{\sqrt{2x}}}{\sqrt{2x}} dx$    h)  $\int \frac{dx}{x \log^2(x)}$    i)  $\int \sec^2(2x) dx$

1.11. Aplica la fórmula de integración por partes para hallar las siguientes primitivas:

a)  $\int x \cos(2x) dx$    b)  $\int x^2 e^{-x} dx$    c)  $\int \operatorname{sen} x e^{2x} dx$   
 d)  $\int \log y dy$    e)  $\int \arctg x dx$    f)  $\int x^2 e^{2x} dx$

1.12. Calcula las primitivas de las funciones racionales siguientes:

a)  $\int \frac{x^2+1}{x^3(x+1)^2} dx$    b)  $\int \frac{x^7+x^3}{x^4-1} dx$    c)  $\int \frac{x-1}{x+1} dx$   
 d)  $\int \frac{2x^2+x+1}{(x-1)^3} dx$    e)  $\int \frac{2x}{x^3-2x^2-2x-3} dx$    f)  $\int \frac{1}{x^4+x^2} dx$   
 g)  $\int \frac{x^2}{(x^2+1)^2} dx$    h)  $\int \frac{1}{(x^2+1)^3} dx$    i)  $\int \frac{1}{x^4+x^2+1} dx$

1.13. Haz el cambio de variable adecuado para hallar las siguientes primitivas

a)  $\int \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{1/3} (1+x)^{-2} dx$    b)  $\int \frac{\sqrt[3]{x}}{1+\sqrt{x}} dx$    c)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x)}$   
 d)  $\int \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx$    e)  $\int \frac{e^x+1}{e^{2x}+1} dx$    f)  $\int \frac{dx}{e^x+e^{-x}}$

1.14. Calcúlese las primitivas de las siguientes funciones trigonométricas:

a)  $\int \frac{1}{\cos x} dx$    b)  $\int \frac{2-\cos x}{2+\cos x} dx$    c)  $\int \frac{1}{\operatorname{sen} x + \cos x} dx$   
 d)  $\int \cos^4 x \operatorname{sen}^3 x dx$    e)  $\int \operatorname{sen}^2(mx) dx$    f)  $\int \operatorname{sen}^2 ax \cos ax dx$   
 g)  $\int \cos^2(2x) \operatorname{sen}^4(2x) dx$    h)  $\int \operatorname{sen}^4 x dx$    i)  $\int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x(1+\cos^2 x)} dx$   
 j)  $\int \frac{\operatorname{sen} y}{\cos y} dy$    k)  $\int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos^2 x} dx$    l)  $\int \operatorname{tg}^2 x dx$

1.15. Halla las primitivas siguientes:

a)  $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$    b)  $\int \sqrt{x^2 - a^2} dx$   
 c)  $\int \sqrt{a^2 + x^2} dx$    d)  $\int \sqrt{-1 + 2x + x^2} dx$   
 e)  $\int \sqrt{2 - x - x^2} dx$    f)  $\int \sqrt{1 + x + x^2} dx$   
 g)  $\int (-4x^2 + 8x - 3)^{-3/2} dx$    h)  $\int \frac{1-2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx$   
 i)  $\int \frac{dx}{x+\sqrt{x^2-1}}$

1.16. Calcula las siguientes primitivas utilizando en cada caso el método de integración que convenga:

1)  $\int \frac{x}{x^2+4} dx$    19)  $\int \arcsen(x) dx$   
 2)  $\int (\sqrt{2x} - \sqrt[3]{x}) dx$    20)  $\int (x^2 - x) e^{2x} dx$   
 3)  $\int \exp(-3x) \operatorname{sen}(2x) dx$    21)  $\int \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt[4]{x-2}-1} dx$   
 4)  $\int x \operatorname{arc} \operatorname{tg}(x) dx$    22)  $\int \frac{\sqrt{y^2+1}}{y^2} dy$   
 5)  $\int \operatorname{sen}(x^2) x^3 dx$    23)  $\int \operatorname{sen}^3(x) \cos^5(x) dx$   
 6)  $\int \frac{1}{x^3-x^2-x+1} dx$    24)  $\int \operatorname{tg}^2(3x) dx$   
 7)  $\int \frac{\exp(2t)}{\exp(t)+1} dt$    25)  $\int \frac{z^3}{4z-z^2} dz$   
 8)  $\int \frac{2}{x \log^2(x)} dx$    26)  $\int \frac{\operatorname{sen}(t)}{1-\operatorname{sen}(t)} dt$   
 9)  $\int \cos x \cos 2x \operatorname{sen} 3x \operatorname{sen} 4x dx$    27)  $\int \frac{\operatorname{tg}(x)}{2-\cos(x)} dx$   
 10)  $\int \frac{z^3}{-4+4z-z^2+z^3} dz$    28)  $\int \sec(x) \operatorname{tg}(x) dx$   
 11)  $\int \frac{y^5+y}{y^2} dy$    29)  $\int \cos^4(z) \operatorname{sen}^2(z) dz$   
 12)  $\int \frac{\operatorname{sen}(\log(x))}{3x} dx$    30)  $\int \frac{x^3}{(1-x^4)^2} dx$   
 13)  $\int \tan(3x) dx$    31)  $\int \frac{1}{\operatorname{sen}^3(x)} dx$   
 14)  $\int \cos^2(z) dz$    32)  $\int (x^2 - x) \log(3x) dx$   
 15)  $\int \frac{1}{x+\sqrt{4-x^2}} dx$    33)  $\int \frac{1}{(x^2-4)^2} dx$   
 16)  $\int \frac{x}{\sqrt{3x^2+4}} dx$    34)  $\int \frac{\sec^2(x)}{1+\operatorname{tg}^2(x)} dx$   
 17)  $\int \operatorname{Ch}^2 x dx$    35)  $\int \frac{1+\operatorname{Sh} t}{1+\operatorname{Ch} t} dt$   
 18)  $\int x \sqrt{x-3} dx$